



University of
Texas Libraries



e-revist@s



Centro Unversitário Santo Agostinho

revistafsa

www4.fsnet.com.br/revista

Rev. FSA, Teresina, v. 17, n. 12, art. 12, p. 239-261, dez. 2020

ISSN Impresso: 1806-6356 ISSN Eletrônico: 2317-2983

<http://dx.doi.org/10.12819/2020.17.12.12>

DOAJ DIRECTORY OF
OPEN ACCESS
JOURNALS

WZB
Wissenschaftszentrum Berlin
für Sozialforschung



Otimização da Rota de Coleta de Lixo na Região do Alto Paranaíba: Uma Pesquisa Aplicada

Optimization of the Trash Collection Route in the Alto Paranaíba Region: An Applied Research

Gustavo Alves de Melo

Graduado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Viçosa
gustavo_melocp@hotmail.com

Luiz Philipe Nascimento dos Santos

Graduado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Viçosa
luiz.philipe@ufv.br

Maria Gabriela Mendonça Peixoto

Doutora em Engenharia de Produção pela Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
mgabriela@ufv.br

Samuel Borges Barbosa

Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina
osamuelbarbosa@gmail.com

Thiago Henrique Nogueira

Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Minas Gerais
thnogueira.ufv@gmail.com

Endereço: Gustavo Alves de Melo

Universidade Federal de Viçosa, Av. Peter Henry Rolfs,
s/n - Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900.
Brasil.

Endereço: Luiz Philipe Nascimento dos Santos

Universidade Federal de Viçosa, Av. Peter Henry Rolfs,
s/n - Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900.
Brasil.

Endereço: Maria Gabriela Mendonça Peixoto

Universidade Federal de Viçosa, Av. Peter Henry Rolfs,
s/n - Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900.
Brasil.

Endereço: Samuel Borges Barbosa

Universidade Federal de Viçosa, Av. Peter Henry Rolfs,
s/n - Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900.
Brasil.

Endereço: Thiago Henrique Nogueira

Universidade Federal de Viçosa, Av. Peter Henry Rolfs,
s/n - Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900. Brasil.

**Editor-Chefe: Dr. Tonny Kerley de Alencar
Rodrigues**

**Artigo recebido em 28/05/2020. Última versão
recebida em 16/06/2020. Aprovado em 17/06/2020.**

**Avaliado pelo sistema Triple Review: a) Desk Review
pelo Editor-Chefe; e b) Double Blind Review
(avaliação cega por dois avaliadores da área).**

Revisão: Gramatical, Normativa e de Formatação



RESUMO

O estudo trata da otimização da rota de coleta de lixo em um município da região do Alto Paranaíba. Para tanto, este foi pautado no problema do carteiro chinês, que consiste na construção de uma rota que passe por todas as ruas pelo menos uma vez, minimizando a distância total percorrida. Além disso, teve por objetivo a redução da distância percorrida pelos caminhões responsáveis pela coleta. Frente a isso, utilizou-se um modelo de programação linear inteira desenvolvido na linguagem GAMS que, posteriormente, foi submetido ao servidor NEOS onde foram utilizados os solvers CPLEX, MOSEK, GUROBI e CBC. A partir do resultado obtido pelo NEOS utilizou-se o algoritmo Hierholzer para gerar a rota otimizada. Por fim, os resultados obtidos foram satisfatórios, uma vez que foi proposta uma rota otimizada para a realização da coleta de lixo, a qual reduziu em 28% a distância necessária para a coleta de resíduos sólidos.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional. Problema do Carteiro Chinês. Programação Linear Inteira. Resíduos Sólidos Urbanos. Roteirização de Veículos.

ABSTRACT

This study deals with the optimization of the garbage collection route in a municipality in the Alto Paranaíba region. To this end, it was based on the problem of the Chinese postman, which consists of the construction of a route that passes through all the streets at least once, minimizing the total distance traveled. In addition, it aimed to reduce the distance traveled by the trucks responsible for the collection. Therefore, a linear programming model was developed using the GAMS language, which was later submitted to the NEOS service where the CPLEX, MOSEK, GUROBI and CBC solvers were used. From the results obtained from NEOS, the Hierholzer algorithm was used to generate the optimized route. Finally, the results obtained were satisfactory, since an optimized route was proposed to perform the garbage collection, which reduced by 28% the distance required for solid waste collection.

Keywords: Operational Research. Chinese Postman Problem. Integer Linear Programming. Urban Solid Waste. Vehicle Routing.

1 INTRODUÇÃO

O processo de coleta de resíduos sólidos urbanos é uma atividade desenvolvida diariamente pelos municípios, sendo uma responsabilidade das prefeituras municipais (Moro, 2014; Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais, 2017). Além disso, segundo a Pesquisa Nacional de Saneamento Básico (PNSB) realizada pelo IBGE (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA) em 2000, cerca de 5.471 dos 5.507 municípios existentes no Brasil realizaram de maneira efetiva o processo de coleta de resíduos sólidos urbanos (BRASIL, 2002). Sendo que, por exemplo, especificamente na região Sudeste, dos 1.666 municípios considerados pela pesquisa, todos realizaram a coleta destes resíduos, fato que comprova a importância dada ao setor (Brasil, 2002).

O roteamento de veículos, como uma das aplicações da pesquisa operacional, busca a redução das rotas e conseqüentemente do custo associado a elas (TOTH; VIGO, 2014). A coleta de resíduos sólidos urbanos se enquadra nesse contexto (KONOWALENKO, 2012). Os gastos referentes à coleta de resíduos sólidos urbanos no Brasil correspondem a aproximadamente 4 bilhões de reais por ano, sendo que grande parte deste montante está destinada ao pagamento de despesas com equipamentos e funcionários (IBAM, 2001). Os sistemas de roteirização de veículos, atualmente, são capazes de incluir diversos tipos de restrições, o que garante a maior veracidade dos modelos matemáticos (GANSTERER; HARTL, 2018). Além disso, são dotados de recursos gráficos e fornecem resultados de grande importância para o processo de tomada de decisão (GANSTERER; HARTL, 2018).

Neste contexto, este estudo apresentou como problema de pesquisa os elevados custos e poluentes derivados do processo da coleta de lixo em um município da mesorregião mineira do Alto Paranaíba. Trata-se de uma pequena cidade que apresenta cerca de 13 mil habitantes e uma área correspondente a 1.353.423 Km². Em 2006, nesta foi criado um dos *campus* da Universidade Federal de Viçosa, o qual gerou impacto no fluxo de pessoas e, conseqüentemente, na quantidade de lixo acumulado para coleta na cidade. Cabe lembrar que o serviço de coleta e descarte de resíduos trata-se de uma das mais dispendiosas atividades exercidas pela administração de um município (Das, Bhattacharyya, 2015; Jones, Hosking, Moss, 2016).

De acordo com a Associação de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais (2017) e o IBGE (2010) o crescimento populacional associado ao maior consumo de bens duráveis e não duráveis acarretam um aumento na produção destes resíduos. Dessa forma, o presente estudo buscou melhorar o processo de recolhimento de lixo no município, visto que

atualmente, neste não há um modelo otimizado de mapeamento das rotas, o que incorre em gastos desnecessários com combustível e manutenção dos veículos e, conseqüentemente, maior emissão de poluentes (Das, Bhattacharyya, 2015). Por fim, o objetivo deste estudo foi elaborar uma proposta de otimização das rotas de coleta e transporte de lixo para o município, de forma que todas as variáveis existentes como, por exemplo, os horários de maior fluxo de veículos e a existência de ruas de único sentido

fossem consideradas. Desse modo, a aplicação da pesquisa operacional à coleta de resíduos sólidos urbanos pôde ser realizada com base no processo de roteirização (TOTH; VIGO, 2014; DE BRUECKER *et al.*, 2018).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Coleta de resíduos sólidos urbanos no Brasil

O processo de coleta de resíduos sólidos urbanos tem alcançado níveis superiores de cobertura nos últimos anos, acompanhado de um crescimento na quantidade de resíduos gerados (Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais - Abrelpe, 2017). Frente a isso, ainda segundo informações da Abrelpe (2017), a geração per capita diária de resíduos sólidos urbanos correspondeu a aproximadamente 1,035 quilos, ou 214.868 toneladas acumuladas diariamente. Em se tratando da coleta de resíduos sólidos urbanos pode-se inferir que este processo está próximo à universalização, uma vez que no mesmo ano a coleta contemplou um montante de 196.050 toneladas diárias. Tal fato revela uma cobertura de 91,24% dos processos de coleta praticados no país no ano de 2017 (ABRELPE, 2017).

De acordo com a Abrelpe (2017), o crescimento estimado da população brasileira corresponde a uma variável importante para a realização de projeções relativas à geração e coleta de resíduos sólidos. Dessa maneira, no período de 2016 a 2017, a população brasileira apresentou um crescimento de 0,75%, com uma população final de 207.660.929 indivíduos. Além disso, a geração per capita de resíduos sólidos urbanos apresentou um aumento de 0,48%, e a geração total de resíduos sólidos apresentou um crescimento de 1% no mesmo período, fato que comprova uma relação direta entre tais variáveis e a necessidade de uma intervenção que torne os processos de coleta cada vez mais efetivos (ABRELPE, 2017).

No que se refere à relação existente entre o crescimento populacional e a quantidade de resíduos sólidos gerados, a região Sudeste se destacou com aproximadamente 41,8% do

total de indivíduos existentes no país no ano de 2017, com uma produção de quase 90.000 toneladas de resíduos sólidos. Entretanto, trata-se de uma região dotada de uma grande cobertura de coleta, em torno de 98%, o que indica a efetividade do serviço para a região. Sendo que em termos gerais, a participação da região Sudeste no total de resíduos sólidos coletados correspondeu a 52,9%, equivalente a 103.741 toneladas diárias para o ano de 2017 (Abrelpe, 2017).

2.2 Pesquisa operacional aplicada à coleta de resíduos sólidos urbanos

A pesquisa operacional consiste em um conjunto de técnicas e ferramentas utilizadas para a resolução de problemas complexos direcionados à tomada de decisões em âmbito organizacional (RAMOS; DE MORAIS; BARBOSA-POVOA, 2018). Além disso, esta preza pela elaboração de modelos que otimizem os objetivos pressupostos de forma a atender suas restrições (SULEMANA *et al.*, 2018). A aplicação da pesquisa operacional à coleta de resíduos sólidos urbanos pode ser realizada com base no processo de roteirização, de modo que sejam definidas as rotas de percurso dos veículos que realizam a coleta se atentando para o cumprimento de restrições adicionais ao processo (TOTH; VIGO, 2014). Tais rotas se baseiam na definição de pontos de origem e destino para a realização da coleta (RAMOS; DE MORAIS; BARBOSA-POVOA, 2018).

Conforme Nuortio *et al.* (2006) a coleta de resíduos sólidos urbanos é um dos problemas mais complexos enfrentados pelas autoridades locais em alguns municípios. Sendo assim, nos últimos anos, diversos países realizaram um processo de reestruturação do gerenciamento de resíduos a fim de avaliarem sua relação custo-eficácia e os impactos ambientais gerados com as atuais rotas de coleta (SULEMANA *et al.*, 2018). Além disso, vale ressaltar a importância dada aos novos avanços tecnológicos com a incorporação destes no serviço de coleta de resíduos sólidos como, por exemplo, a utilização de softwares de roteamento de veículos (DAS, BHATTACHARYYA, 2015; HAN, PONCE CUETO, 2015).

McLeod e Cherrett (2008) destacam a possibilidade de formulação do problema de coleta de resíduos sólidos urbanos como um problema de roteirização de arcos. Além disso, classificam este como um problema de roteamento de veículos capacitados (CVRP) em que apresenta restrições relacionadas a capacidade do veículo, horas de trabalho, horário de fluxo dos veículos, entre outros (MCLEOD, CHERRETT, 2008). Em relação às restrições existentes, por exemplo, em um estudo realizado por Nuortio *et al.* (2006) em regiões do leste da Finlândia foram considerados que a capacidade dos caminhões não pode ser excedida,

apenas um tipo de lixo pode ser coletado simultaneamente por cada caminhão, os resíduos devem ser coletados apenas durante os dias úteis, além das restrições referentes ao horário dos funcionários e números de caminhões existentes.

2.3 Grafos

Um grafo é definido como um par de elementos (V, A) em que V é um conjunto arbitrário finito e A é um subconjunto de V (CARTER; PRICE, 2017). Os elementos de V são chamados de nós ou vértices e os de A são chamados de arcos ou ramos (WEST *et al.*, 2001; CARTER; PRICE, 2017). Frente a isso, um grafo linear corresponde a um tipo de grafo em que cada nó deve estar conectado a um ou mais nós através de arcos (GROSS; YELLEN, 2005). Um grafo direto consiste em um grafo onde o fluxo ao longo de um arco pode ser efetuado apenas em um sentido (WEST, 2001). Um caminho ou canal é definido como um conjunto ordenado de arcos que conectam dois nós através de nós intermediários (CARTER; PRICE, 2017).

Um grafo conectado ou conexo consiste em um grafo que apresenta caminho entre qualquer par de nós, caso contrário é dito desconexo (GROSS; YELLEN, 2005). Um grafo conexo em que todo par de nós é ligado por algum caminho é dito fortemente conexo (WEST; 2001). Um laço é um canal que conecta um nó a ele mesmo (BOLLOBAS, 2012). Uma árvore é um grafo conectado que não contém laços. Um conjunto de árvores é uma floresta (WEST, 2001; GROSS; YELLEN; 2005; BOLLOBAS, 2012).

Além disso, um grafo pode apresentar arcos múltiplos, onde dois vértices podem estar interligados por mais de um arco e laços, caso um arco ligue um vértice a ele mesmo (CARTER; PRICE, 2017). Um grafo direcionado ou dígrafo consiste em um grafo que apresenta arcos direcionados de um vértice i para um nó j (WEST, 2001; GROSS; YELLEN, 2005). Um arco não direcionado pode ser representado por dois arcos direcionados com sentidos opostos (GROSS; YELLEN, 2004). Em se tratando de representações geométricas para os grafos, estes podem ser simples, completos ou bipartidos (CARTER; PRICE, 2017). Um grafo simples não apresenta laços e arcos múltiplos. Um grafo completo apresenta um arco para cada par de vértices (WEST, 2001). Um grafo bipartido é um grafo direto onde seus vértices são divididos em dois subconjuntos, de modo que todos os arcos ligam um vértice de um subconjunto a um vértice do outro (WEST, 2001; GROSS; YELLEN, 2005; FOULDS, 2012; CARTER; PRICE, 2017).

2.4 Roteamento de arcos

Os problemas de roteamento de arcos na área da Pesquisa Operacional apresentam diversas aplicações, dentre elas a otimização de rotas e a redução de custos associados a estas (HAN; PONCE CUETO, 2015; CARTER; PRICE, 2017). Além disso, tais problemas buscam identificar em um determinado grafo, um circuito que percorra todos os arcos existentes ao menos uma vez, em um período pré-estabelecido, que minimize a rota (CHEN; HAO; GLOVER, 2016). Cabe lembrar que os problemas de roteamento dependem das características a eles associados, de forma que cada problema apresenta sua particularidade (DROR, 2012; TOTH; VIGO, 2014).

Além disso, tais problemas consideram um conjunto de demanda a ser atendido em uma rede, a partir da construção de uma rota apropriada (CARTER; PRICE, 2017). Frente a isso, para que esta rota seja definida é preciso considerar alguns aspectos como: as instalações, veículos, rede e demanda existente (DROR, 2012; CARTER; PRICE, 2017). Por fim, vale ressaltar que os métodos de solução destes problemas podem variar conforme a quantidade e o tipo de restrições empregadas, de modo que pode ser construída uma variedade de problemas de roteamento, apenas fazendo diferentes combinações de restrições (TAHA; 2014).

Um caso específico desta classe de problemas é o de roteamento de veículos sobre os arcos de uma malha viária, considerando a restrição de capacidade dos veículos (HAN; PONCE CUETO, 2015). Este problema tem o objetivo de minimizar os custos totais de transporte, de modo a atender todos os clientes e respeitar a capacidade de cada veículo (HAN; PONCE CUETO, 2015). Além disso, este se caracteriza como um problema de otimização combinatória NP-difícil (DROR, 2012). Por fim, é um problema que aborda casos especiais como o Problema do Carteiro Rural (*Rural Postman Problem*) e o Problema do Carteiro Chinês com restrição de capacidade (*Capacitated Chinese Postman Problem*) que também pertencem à classe NP-difícil (TOTH; VIGO, 2014).

2.5 Grafos de Euler

Por definição, um grafo conexo G é euleriano se, e somente se, cada vértice de G possuir grau par (Gagnon, 2001). Isto implica que em um grafo euleriano, necessariamente, exista um caminho euleriano onde cada aresta de G é visitada apenas uma vez (Gpec, 2009). Além disso, um Circuito euleriano corresponde a um caminho euleriano que começa e

termina no mesmo nó, sendo um caminho fechado (GAGNON, 2001; GPEC, 2009). No caso de um grafo que contenha apenas um caminho euleriano este recebe o nome de grafo semi-euleriano (GAGNON, 2001; GPEC, 2009; CARTER, PRICE, 2017).

Uma característica importante de grafos semieulerianos é que ele possui apenas dois nós com grau ímpar (GAGNON, 2001). Sendo assim, para que seja construído um caminho euleriano nesse tipo de grafo deve-se iniciar por um dos nós ímpares e terminar no outro, formando as extremidades do caminho euleriano (GAGNON, 2001; GPEC, 2009). Quando um grafo não é euleriano este possui uma propriedade particular, ou seja, este apresenta um número par de nós de grau ímpar, conhecido como Lema do aperto de mãos (GAGNON; 2001; CARTER; PRICE, 2017).

2.6 Circuito euleriano

Por definição, dado um grafo fortemente conexo, um circuito que percorre todas as arestas desse grafo sem repeti-las é chamado de circuito euleriano e nesse caso o grafo também é chamado de euleriano ou grafo unicursal (KONOWALENKO, 2012). Há um teorema sobre a existência de um circuito euleriano em um grafo não orientado, conforme descrito:

TEOREMA - Um grafo fortemente conexo contém um circuito euleriano, se, e somente se, o grafo não apresentar nenhum nó de grau ímpar.

PROVA - Dado um grafo G euleriano. Sendo assim, ele possui um circuito euleriano. Em cada vértice desse caminho existe uma aresta que incide e outra que sai desse vértice e todas as arestas fazem parte do circuito, dessa forma, temos que o número de arestas por cada vértice é par. Supondo que todos os vértices possuem grau par, na construção de um caminho será possível chegar e sair de um vértice passando por arestas diferentes que ainda não foram utilizadas sendo possível sair de um vértice v e retornar a ele sem repetição de arestas (GAGNON, 2001; GPEC, 2009; KONOWALENKO, 2012). A lógica dessa prova sugere um algoritmo como, por exemplo, o algoritmo de Hierholzer para a identificação de um circuito euleriano em um grafo euleriano.

2.7 Problema do carteiro chinês

O Problema do Carteiro Chinês consiste na determinação de uma rota de custo mínimo em que um carteiro partindo de um depósito possa entregar suas cartas e retornar ao depósito ao fim do serviço (YU; BATTA, 2010). Considerando o contexto da coleta de resíduos sólidos, este problema consiste na construção de uma rota que passe por todas as ruas pelo menos uma vez e que minimize a distância total percorrida pelo caminhão de coleta (HEMMELMAYR *et al.*, 2009). Deste modo, a modelagem gráfica do problema considera suas arestas como as ruas a serem percorridas e os vértices como o cruzamento entre estas (YU; BATTA, 2010). Além disso, para que haja uma solução, o grafo que compõe o problema deve ser fortemente conexo (HEMMELMAYR *et al.*, 2009; YU; BATTA, 2010). Frente a isso, o objetivo é determinar uma rota que passe por todas as bordas pelo menos uma vez, de modo que a distância a percorrer seja mínima (MOHAMMADITABAR, 2012).

De acordo com Chaste, Ooms e Walravens (2014) quando todos os vértices existentes em um grafo apresentam o mesmo grau é possível determinar um caminho euleriano, que corresponde a uma rota onde todas as bordas são percorridas exatamente uma vez sem nenhum custo adicional. Entretanto, caso o grafo apresente dois vértices de grau ímpar ele é chamado de semieuleriano, podendo-se determinar um caminho euleriano começando em um desses vértices de grau ímpar e terminando no outro (YU, BATTA, 2010). Na situação onde o grafo tenha mais que dois vértices de grau ímpar, não é possível determinar um caminho euleriano e, por conseguinte, será necessário identificar quais vértices serão percorridos mais de uma vez (HEMMELMAYR *et al.*, 2009). Deste modo, tais bordas serão duplicadas para que o gráfico contenha vértices de grau uniforme, assim, o novo objetivo será reduzir o custo das bordas duplicadas (MOHAMMADITABAR, 2012).

Em se tratando da coleta de resíduos sólidos por caminhões, devido à existência de ruas com mão única, deve-se necessariamente usar o caso do problema do carteiro chinês misto. As redes mistas são formadas tanto por arcos de pares ordenados quanto por arcos de pares não ordenados de nós distintos, aproximando-se assim a realidade das malhas urbanas e, conseqüentemente, apresentam um maior grau de dificuldade para se encontrar uma solução, sendo classificado como NP-completo (CHASTE, OOMS, WALRAVENS 2014). Nessa situação, caso o grafo original não seja euleriano, o problema se resume a transformá-lo em um grafo euleriano a um custo mínimo para então determinar o circuito euleriano (KONOWALENKO, 2012). Ahuja, Magnanti e Orlin (1993) propõe um modelo para transformar um grafo misto em euleriano, onde inicialmente os arcos direcionados e não

direcionados são separados em dois conjuntos A e A' , respectivamente, conforme representado pelas equações:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in A'} d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j:(i,j) \in A'} x_{ij} + \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} = \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji} + \sum_{j:(j,i) \in A'} x_{ji}, \forall i \quad (1a)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1, \forall i, j \in A' \quad (1b)$$

$$x_{ij} \geq 1, \forall (i, j) \in A \quad (1c)$$

$$x_{ij} \text{ int}, \forall (i, j) \in A \quad (1d)$$

$$x_{ij} \text{ int}, \forall (i, j) \in A' \quad (1e)$$

De acordo com Xavier (2010) a equação (1) trata-se da função objetivo que é determinada pela soma do produto das distâncias d_{ij} pela variável x_{ij} que determina quantas vezes que será necessário passar pelo arco ij . A restrição (1a) implica que o grafo resultante será euleriano simétrico (número de arestas entrando em cada vértice é igual ao número de arestas saindo), a restrição (1b) faz com que seja realizado a passagem de pelo menos uma vez em cada arco não-direcionado e a restrição (1c) exige a passagem pelo menos uma vez em cada arco direcionado (AHUJA, MAGNANTI, ORLIN, 1993).

Por se tratar de um problema NP-completo tem-se grande dificuldade de se encontrar a solução ótima e, dessa forma existem soluções heurísticas que buscam encontrar soluções aproximadas. Dentre as heurísticas para esse tipo de problema podemos citar os algoritmos misto 1 (EDMONDS, JOHNSON, 1973) e algoritmo misto 2 (FREDERICKSON, 1979), as modificações desses algoritmos propostos por Pearn e Liu (1995), além desses quatro algoritmos, Pearn e Chou (1999) realizaram uma otimização nos algoritmos modificados obtendo melhorias significativas (GODINHO FILHO, JUNQUEIRA, 2006).

2.8 Algoritmo de Hierholzer

Um dos primeiros algoritmos desenvolvidos para tratar ciclos eulerianos foi o algoritmo de Hierholzer, proposto em 1873 (CARVALHO, 2017). Utilizando o conceito de grafo reduzido, removendo as arestas do grafo original enquanto os insere na solução, o algoritmo busca gerar um caminho percorrendo todas as arestas até retornar ao vértice inicial. Porém, esse procedimento pode gerar subciclos (CARVALHO, 2017; CARTER; PRICE,

2017). Dessa forma, para evitar subciclos, o algoritmo começa um novo caminho no último vértice percorrido tentando retornar a ele somente com arestas não utilizadas, enquanto existir arestas ainda não percorridas (CARVALHO, 2017).

Para construir um circuito euleriano, considerando que o grafo G em questão seja euleriano, escolhe-se um nó inicial x_i arbitrariamente e percorre-se uma aresta não utilizada para chegar a outro nó x_j . A partir deste deve-se prosseguir para outro nó e assim sucessivamente (CARTER; PRICE, 2017). Como o grafo G é euleriano, temos que o grau de todos os vértices é par, desse modo, cada vez que se chegar a um nó deverá existir uma aresta não utilizada possibilitando a saída (KONOWALENKO, 2012; CARVALHO, 2017). Sendo assim, o processo terminaria forçosamente no nó inicial x_i , completando um circuito C (KONOWALENKO, 2012; CARTER; PRICE, 2017). Se C contiver todas as arestas então o circuito obtido será euleriano; do contrário identifica-se o grafo parcial G_p formado pelas arestas não percorridas de G e que, de modo evidente, possui todos os nós com grau par (KONOWALENKO, 2012).

Em seguida, escolhe-se um nó x_k contido em C e que seja terminal de uma aresta de G_p e a partir de x_k constrói-se um novo circuito C' que será ligado a C , à partir de x_k formando um único circuito (CARVALHO, 2017). Tal nó x_k existe, pois, G é um grafo conexo e este procedimento será repetido até obter um circuito euleriano completo no grafo G (KONOWALENKO, 2012; CARVALHO, 2017). Dessa forma, a descrição do algoritmo de Hierholzer para um grafo euleriano será:

Função Hierholzer ($G = (V, E)$): caminho

$G' := G \setminus \{G' = (V', E')\}$

$x_i :=$ um vértice de G'

$C := [x_i]$ {inicialmente, o circuito contém só x_i }

Enquanto E' não vazio

$x_k :=$ um vértice de C tal que $d(x_k) > 0$ em G'

$C' :=$ Circuito em G' que contém x_k

$G' := G' - \{a \mid a \text{ é aresta contida em } C'\}$

Em C , substituir o vértice x_k pelo circuito C'

Retornar C

3.3 Gams e solvers

GAMS (GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM) trata-se de um sistema de programação matemática, projetado para fazer a construção e a resolução de modelos amplos e complexos de forma mais direta, proporcionando assim, maior facilidade para leitura e acesso de projetistas (BROOKE, 1997). Além disso, corresponde a um sistema amplamente disseminado na Pesquisa Operacional para a construção e otimização de modelos matemáticos lineares, combinatórios e até em problemas NP-Hard (KONOWALENKO, 2012).

Segundo Brooke (1997), com a utilização do *GAMS* pode-se aumentar de forma significativa a produtividade dos modelistas podendo também expandir o uso das aplicações de programação matemática em análise de políticas e tomadas de decisão. Além disso, o *GAMS* possui um conjunto de *solvers*, que se trata de um *software* matemático sendo ele um programa de computador ou uma biblioteca que soluciona um problema matemático, tornando o *GAMS* bastante flexível de acordo com a necessidade do modelista como, por exemplo, Programação Linear, Programação Inteira Mista, Programação Não Linear, entre outras (BROOKE, 1997). Basicamente o *solver* recebe a descrição de um problema e realiza cálculos e procedimentos retornando à solução do mesmo, onde a ideia é criar um programa ou biblioteca que pode ser aplicado a outros problemas similares (MATHEUS, 2010).

Uma plataforma que disponibiliza acesso a mais de 60 *solvers* para resolver problemas de otimização numérica se trata do NEOS SERVER. Hospedado pelo Wisconsin Institute for Discovery na University of Wisconsin em Madison possui *solvers* executados em máquinas de alto desempenho e *solvers* remotos que operam em máquinas na Arizona State University, University of Klagenfurt na Áustria e na University of Minho em Portugal (NEOS SERVER, 2016). Cabe lembrar que para a solução de problemas de programação inteira mista o NEOS oferece onze *solvers*, porém, apenas quatro deles oferece suporte para *GAMS*; CPLEX, Mosek, Gurobi e CBC (NEOS SERVER, 2016).

CPLEX é um dos principais pacotes comerciais de *solvers* utilizados para resolver problemas de programação linear e programação inteira, com suporte para entrada de arquivos escritos nas linguagens de modelagem GMPL e AMPL. Resolve problemas como o Problema de Fluxo de Rede, Programação Quadrática e Programação Inteira Mista (MATHEUS, 2010). Outra consolidada ferramenta computacional devido ao seu desempenho em programação linear, quadrática e inteira mista, trata-se do GUROBI que utiliza o paradigma computacional de análise, projeto e programação orientado a objetos além de possuir fácil comunicação com plataformas de desenvolvimento de softwares e linguagens como C++, Java, Matlab e outros (TAKIGAWA; MANTELLI; MURARO, 2014).

O *software* de otimização MOSEK foi desenvolvido para resolver problemas de otimização matemática linear, inteira mista linear, quadrática, inteira mista quadrática, com suporte para entrada de dados em AMPL e GAMS além de poder ser usado com uma ferramenta nos softwares MATLAB e R (MOSEK, 2017). Por fim, o CBC (Coin-or Branch and Cut) é um *solver* de Código aberto escrito em C++ para problemas do tipo inteiro misto. Compatível com AMPL, GAMS, MPL, AIMMS, OpenSolver Excel (CBC, 2017).

3 METODOLOGIA

Segundo Yin (2015) a metodologia de pesquisa corresponde a uma abordagem de métodos e ações a serem realizados para o alcance dos objetivos propostos pelo estudo. Frente a isso, esta envolve o recorte do campo de pesquisa, a escolha do grupo de pesquisa, a construção de estratégias de estudo bem como a definição de instrumentos para a análise de dados (YIN, 2015). Frente a isso, segundo Appolinário (2004), uma pesquisa aplicada corresponde a um tipo de pesquisa com fins práticos e que tem o objetivo de solucionar problemas ou necessidades concretas e imediatas. Dessa forma, este estudo se caracterizou como uma pesquisa aplicada, pois adotou os conhecimentos teóricos desenvolvidos por Godinho Filho e Junqueira (2006) e Konowalenko (2012) visando a realização de uma proposta de otimização das rotas de coleta de lixo na cidade de Rio Paranaíba – MG.

Além disso, este se caracterizou como uma pesquisa quantitativa, pois se baseou em um modelo matemático para obter soluções para o problema analisado (ADCOCK, 2001; KOTHARI, 2004). Assim, Kothari (2004) caracteriza uma pesquisa como quantitativa quando esta busca soluções para um dado problema por meio de ferramentas estatísticas ou matemáticas, apontando e medindo dados de forma quântica. Cabe lembrar que de acordo com Kothari (2004) e Yin (2015) uma pesquisa quantitativa se difere das demais pela definição das variáveis de maior importância, para posteriormente, explicar as características do problema analisado.

Visando obter maior precisão na coleta de dados quanto ao tamanho de cada rua do município, utilizaram-se coordenadas geográficas para mapear todas as esquinas (nós) e ruas. Os dados geográficos referentes às ruas foram obtidos por meio do aplicativo *Google Earth 2017*, conforme as Figuras 1 (a), (b) e (c).

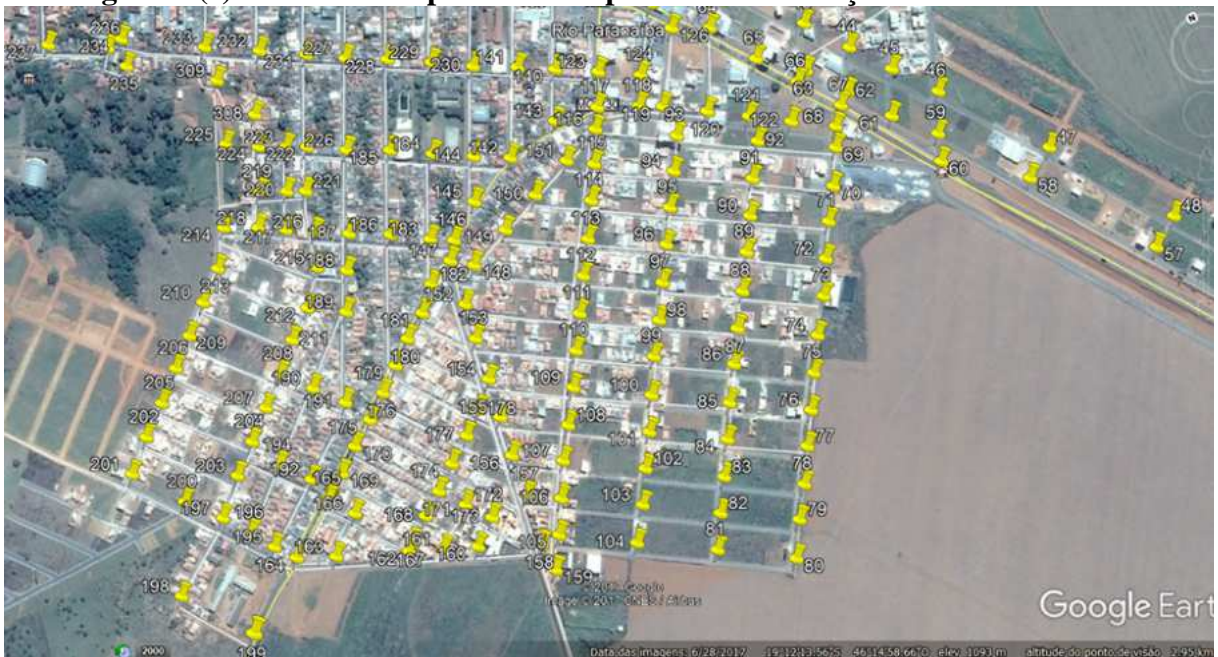
Figura 1 (a) - Parte do mapa do município com as marcações das coordenadas.



Figura 1 (b) - Parte do mapa do município com as marcações das coordenadas.



Figura 1 (c) - Parte do mapa do município com as marcações das coordenadas.



Utilizando o aplicativo *Microsoft Excel 2013* e se atentando para os nós observados nas Figuras 1 (a), (b) e (c), montou-se a matriz de adjacência levando em consideração a direção, isto é, se a rua é de mão única (arco: direcionado) ou dupla (aresta: não direcionada). Desta maneira, se há um caminho do nó i para o nó j atribui-se o valor 1, caso contrário 0. A partir dessa matriz e das coordenadas geográficas calcularam-se as distâncias de cada trecho de rua entre duas esquinas mapeando todo o município, gerando assim, a matriz de distâncias.

Para o cálculo da distância transferiram-se as coordenadas geográficas obtidas no *Google Earth 2017* para o aplicativo *Microsoft Excel 2013* já importadas como coordenadas cartesianas, por meio da equação (2):

$$\begin{aligned}
 D = & \cos^{-1} \left(\cos \left((90 - LatitudeUm) * \frac{\pi}{180} \right) * \cos \left((90 - LatitudeDois) * \frac{\pi}{180} \right) + \right. \\
 & \left. \sin \left((90 - LatitudeUm) * \frac{\pi}{180} \right) * \sin \left((90 - LatitudeDois) * \frac{\pi}{180} \right) * \right. \\
 & \left. \cos \left(ABS \left(\left((360 + LongitudeUm) * \frac{\pi}{180} \right) - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. \left((360 + LongitudeDois) * \frac{\pi}{180} \right) \right) \right) \right) * 6371,004 * 1000
 \end{aligned} \tag{2}$$

A $LatitudeUm$ e $LongitudeUm$ são referentes as coordenadas do primeiro ponto e $LatitudeDois$ e $LongitudeDois$ referentes as coordenadas do segundo ponto. ABS representa o

valor absoluto da expressão. Ao final a expressão é multiplicada pelo raio médio da terra e por mil para transformar a unidade em metros (Madeira, 2009). Após a criação das matrizes de adjacência e de distâncias, desenvolveu-se um modelo em programação linear inteira na linguagem *GAMS* seguindo o mesmo modelo utilizado por Konowalenko (2012) conforme está descrito:

Índices: i, j e k representam os nós;

Conjunto: $CNós$ - o conjunto formado pelos nós do grafo misto;

Parâmetros:

e_{ij} que assume valor 1, se o nó i tem ligação com o nó j , e 0 caso contrário.

d_{ij} : distâncias do nó i ao nó j ;

M : número inteiro maior que 1000;

Variáveis:

x_{ij} : número de vezes que o arco do nó i para o nó j aparece na solução;

Para este modelo assume-se que o resultado ótimo é aquele que minimiza a distância total percorrida pelo caminhão de coleta de resíduos sólidos. É determinado pela soma do produto das distâncias pela variável x_{ij} . A distância total é calculada de acordo com a equação (3) que corresponde à função objetivo:

$$\min \sum_{i \in CNós} \sum_{j \in CNós} d_{ij} x_{ij} \quad (3)$$

Restrições:

- a) O número de arcos que chegam em um determinado nó deve ser igual ao número de arcos que saem deste nó. Essa restrição (4) garante a continuidade da rota:

$$\sum_{i,k \in CNós} e_{ik} x_{ik} - \sum_{j,k \in CNós} e_{kj} x_{kj} = 0 \quad (4)$$

- b) A restrição (5) garante que a rota final contenha todos os arcos, pelo menos uma vez:

$$e_{ij} x_{ij} + e_{ji} x_{ji} \geq 1, \forall i, j \in CNós \quad (5)$$

- c) as restrições (6) e (7) garantem que se o parâmetro e_{ij} é zero, então a variável x_{ij} será também zero. Isto é, a variável a_{ij} terá valor diferente de zero apenas se existir adjacências entre os nós i e j :

$$x_{ij} \geq e_{ij} - 1, \forall i, j \in CNós \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq e_{ij} * M, \forall i, j \in \text{CNós} \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}^+, \forall i, j \in \text{CNós} \quad (8)$$

Para a resolução do modelo de programação linear inteira gerado na linguagem *GAMS* utilizou-se o servidor do site *NEOS SERVER* que disponibiliza alguns *solvers* para problemas de otimização. Dentre os *solvers* disponíveis foram utilizados o CPLEX, Mosek, Gurobi e CBC.

Para a construção da rota a partir do resultado gerado pela programação linear foi utilizado o algoritmo de Hierholzer que tem como objetivo determinar um ciclo euleriano para um dado grafo euleriano. Desta forma, partindo de um vértice qualquer serão percorridas as arestas até retornar ao vértice inicial e, enquanto houver vértices que possuam arestas ainda não exploradas, inicia-se um caminho usando as arestas ainda não percorridas tentando voltar a ele (CARVALHO, 2017). Dessa forma, foi selecionado o que obteve o melhor resultado final para a função objetivo e, a partir do resultado extraído do site *NEOS*, determinou-se a rota otimizada utilizando o algoritmo Hierholzer para grafos direcionados.

Atualmente, a coleta de lixo no município é realizada por dois caminhões de segunda-feira a sábado, sendo que de segunda a sexta-feira é realizada das 16 às 22 horas e aos sábados das 7 às 15 horas. Segundo dados fornecidos pela prefeitura do município, somando as quilometragens médias dos dois caminhões em cada dia de coleta tem-se que é necessário percorrer 95.416,6667 metros para realizar o serviço em toda a cidade. Assim, buscou-se a minimização da distância percorrida pelos veículos de coleta (DROR, 2012).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após desenvolver o modelo de programação linear no *software* *GAMS* foi necessário enviá-lo para o servidor *NEOS*, pois devido ao tamanho do problema não foi possível resolvê-lo na versão gratuita do *GAMS*. Portanto, obtiveram-se os resultados via *NEOS* de cada *solver*, sendo eles CPLEX, Mosek, Gurobi e CBC.

Tabela 1 - Resultados coletados do aplicativo *NEOS*

<i>Solver</i>	Tempo de execução	Resultado da função objetivo
CPLEX	5,9 seg	69.287,5 m
Mosek	334,2 seg	68.980,7 m
Gurobi	2,7 seg	69.324,4 m
CBC	8,8 seg	69.410,6 m

Sendo assim, foram listados quatro tipos distintos de *solvers*, de acordo com a Tabela 1, cada qual com um tempo de execução característico. Além disso, todos os *solvers* obtiveram um resultado satisfatório comparado com a rota atual realizada no município. Os *solvers* CPLEX, Gurobi e CBC apresentaram resultados de valores próximos, na ordem de 69 quilômetros de distância. Por fim, o solver Mosek apresentou o melhor resultado com a menor distância a ser percorrida pelos caminhões de coleta. Cabe lembrar que mesmo esse apresentando o maior tempo de execução, sua utilização foi satisfatória com um ótimo custo-benefício relacionado à redução da função objetivo.

Junto à prefeitura foram obtidos os dados referentes ao atual sistema de coleta de lixo. Atualmente são utilizados dois caminhões para realizar a coleta em toda a cidade e os dados obtidos são referentes ao mês de março de 2017. Na Tabela 2 é possível observar a distância gasta por cada caminhão, o total necessário por dia para realizar a coleta e a média por dia.

Tabela 2. Distâncias em quilômetros de cada caminhão para a coleta de lixo.

	Caminhão 1	Caminhão 2	Total por dia	Média por dia
06/mar/17	43	55,1	98,1	95,42
07/mar/17	42,3	46,4	88,7	
08/mar/17	39,6	62	101,6	
09/mar/17	35	59,2	94,2	
10/mar/17	49,5	45	94,5	

Dessa forma, escolheu-se o resultado obtido a partir do *solver* Mosek que teve como resultado da função objetivo, 68.980,7 metros. Comparando-se com a distância total gasta atualmente tem-se uma melhora de 28%, reduzindo de 95.416,7 metros para 68.980,7 metros necessários para realizar a coleta de lixo no município. Utilizando o resultado gerado pelo Mosek via *NEOS*, em que foi determinado quantas vezes cada arco deve ser acessado, aplicou-se o algoritmo Hierholzer para gerar a rota otimizada.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo foi pautado na otimização da rota de coleta de lixo de um município situado na mesorregião mineira do Alto Paranaíba, considerando restrições de horários, sentido de fluxo das ruas, bem como a disponibilidade de caminhões para a realização do serviço. Na fase de coleta de dados referentes à rota atual foi observada a falta de compromisso e rigidez nas anotações realizadas pelos próprios motoristas dos caminhões.

Além disso, não há uma cobrança constante por parte da prefeitura do município em relação à entrega das anotações.

Dessa maneira, considerando as dificuldades de se obter os dados referentes ao atual funcionamento do sistema de coleta de lixo no município, uma vez que os próprios motoristas eram responsáveis pelo registro de dados e os mesmos não daram tanta importância a esse fato, foi possível obter um diagnóstico da situação atual do serviço. De acordo com os resultados obtidos pode-se afirmar que o objetivo desse estudo foi alcançado. Sendo assim, a metodologia proposta foi implantada e foram obtidos os resultados adequados, ou seja, uma rota otimizada para a coleta e o transporte de lixo no município.

Além disso, no presente estudo foram realizados testes em quatro *solvers* a fim de se obter um melhor resultado que refletisse a distância mínima a ser percorrida pelos caminhões de lixo. Frente a isso, o melhor resultado foi obtido com o *solver* Mosek, com uma rota de 68.980 metros de distância. Cabe lembrar que o tempo de execução para este *solver* foi maior que os demais *solvers* utilizados, entretanto, considerando a redução da distância obtida com este, pode-se dizer que a sua utilização foi compensatória.

A partir do resultado obtido com o *solver* Mosek, foi constatada uma melhoria correspondente à 28% na distância total percorrida para realizar o serviço de coleta e transporte de lixo quando comparado com os números atuais. Desta forma, caso a rota otimizada seja aplicada no município, pode-se obter uma redução de gastos de combustível e no desgaste dos veículos de coleta, o que pode resultar em uma economia para a prefeitura do município, fato que realça a viabilidade e os benefícios deste estudo. No que se refere à realização de estudos futuros, sugerimos a modelagem do problema de roteirização de veículos considerando o tamanho e a capacidade da frota disponível, ou seja, a quantidade de caminhões e a capacidade de cada um.

REFERÊNCIAS

ADCOCK, R. **Measurement validity**: A shared standard for qualitative and quantitative research. *American political science review*, 95 (3) 529-546. 2001.

AHUJA, R. K., MAGNANTI, T. L., ORLIN, J. B. **Network flows** – theory, algorithms and applications. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey. 1993.

APPOLINÁRIO, F. **Dicionário de metodologia científica**: um guia para a produção do conhecimento científico. São Paulo: Atlas. 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE EMPRESAS DE LIMPEZA PÚBLICA E RESÍDUOS ESPECIAIS - ABRELPE (São Paulo). Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil. (2017). Disponível em: <http://abrelpe.org.br/pdfs/panorama/panorama_abrelpe_2017.pdf>. Acesso em: 02 out. 2019.

BOLLOBAS, B. **Graph theory: an introductory course**. Springer Science & Business Media. 2012.

BRASIL. INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE. **Pesquisa Nacional de Saneamento Básico 2000**. (2002). Disponível em:<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/condicaoodevida/pnsb/lixo_coletado/lixo_coletado104.shtm>. Acesso em: 25 out. 2016.

BROOKE, ANTHONY, KENDRICK, DAVID A., MEERAUS, ALEXANDER GAMS. **Sistema geral de modelagem algébrica**. Edgard Blucher. 1997.

CBC. Disponível em: <<https://projects.coin-or.org/Cbc>>. Acesso em: 23 set. 2017.

CARTER, M. W.; PRICE, C. C. **Operations research: a practical introduction**. Crc Press. 2017.

CARVALHO, M. A. M. **Teoria dos Grafos**. Disponível em: <<http://www.decom.ufop.br/marco/ensino/bcc204/material-das-aulas/>>. Acesso em: 22 mai 2017.

CHASTE, G., OOMS, A., WALRAVENS, R. **Chinese postman problem**. 2014.

CHEN, Y.; HAO, J. K., GLOVER, F. A hybrid metaheuristic approach for the capacitated arc routing problem. **European Journal of Operational Research**, 25(1), 25-39. 2016.

DAS, S., BHATTACHARYYA, B. K. Optimization of municipal solid waste collection and transportation routes. **Waste Management**, 43, 9-18. 2015.

DE BRUECKER, P., E *et al.* A model enhancement approach for optimizing the integrated shift scheduling and vehicle routing problem in waste collection. **European Journal of Operational Research**, 266(1), 278-290. 2018.

DROR; MOSHE (Ed.). **Arc routing: theory, solutions and applications**. Springer Science & Business Media. 2012.

EDMONDS, J., JOHNSON, E. L. Matching, Euler tours and the Chinese postman. **Mathematical programming**, 5(1), 88-124. 1973.

FOULDS, L. R. Graph theory applications. Springer Science & Business Media. FREDERICKSON, G. N. (1979). Approximation algorithms for some postman problems. **Journal of the ACM (JACM)**, 26,(3), 538-554. 2012.

GAGNON, M. (2001). **Grafos Eulerianos e Hamiltonianos**. Disponível em: <http://www.professeurs.polymtl.ca/michel.gagnon/Disciplinas/Bac/Grafos/EulerHam/euler_ham.html> Acesso em: 24 set. 2017.

GANSTERER, M., HARTL, R. F. Collaborative vehicle routing: a survey. **European Journal of Operational Research**, 268(1), 1-12. 2018)

GODINHO FILHO, M., JUNQUEIRA, R. DE Á. R. **Problema do Carteiro Chinês**: escolha de métodos de solução e análise de tempos computacionais. *Production*, 16(3), 538-551. 2006. Grupo de Pesquisa em Engenharia e Computação - GPEC. **Teoria dos Grafos - Grafos Eulerianos e Hamiltonianos**. (2009). Disponível em: <<http://www.gpec.ucdb.br/pistori/disciplinas/discreta/aulas/>> Acesso em: 24 set. 2017.

GROSS, J. L., YELLEN, J. (Ed.). **Handbook of graph theory**. CRC press. 2004.

GROSS, J. L.; YELLEN, J. **Graph theory and its applications**. CRC press. 2005.

HAN, H., PONCE CUETO, E. **Waste collection vehicle routing problem**: literature review. *PROMET-Traffic&Transportation*, 27(4), 345-358. 2015.

HEMMELMAYR, V., DOERNER, K. F., HARTL, R. F., RATH, S. **Metaheuristics for a real world solid waste collection problem**. Working paper available from the third author at Department of Business Administration, University of Vienna, Bruenner Strasse 72, 1210 Vienna, Austria. 2009.

IBAM - Manual Gerenciamento Integrado de Resíduos Sólidos. **Secretaria Especial do Desenvolvimento Urbano – SEDU**, (2001), Governo Federal. Disponível em: <<http://www.resol.com.br/cartilha4/manual.pdf>> Acesso em: 19 nov. 2016.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Pesquisa Nacional de Saneamento Básico**, 2008. Rio de Janeiro: IBGE. 2010.

IBGE. Sinopse do Censo Demográfico 2010 Brasil. (2010). Disponível em: <<http://www.censo2010.ibge.gov.br/sinopse/index.php?dados=8>>. Acesso em: 25 out. 2016.

JONES, R., HOSKING, A., MOSS, E. **The garbage collection handbook**: the art of automatic memory management. Chapman and Hall/CRC. 2016.

KONOWALENKO, F. **Problema do carteiro chinês não orientado e misto para a otimização de rotas na cidade de Irati/PR**. 2012.

KOTHARI, C. Rajagopalachari. *Research methodology: Methods and techniques*. **New Age International**. 2004.

MADEIRA, D. **Distância entre coordenadas geográficas**. (2009). Disponível em: <<http://dan-scientia.blogspot.com.br/2009/05/distancia-entre-coordenadas-geograficas.html>>. Acesso em: 07 mai 2017.

MATHEUS, G. R. **Breve introdução ao uso de solvers para resolver problemas de programação linear**. (2010). Disponível em: <http://homepages.dcc.ufmg.br/~vwcmorais/docs/apresentacao_solver1.pdf>. Acesso em: 01 out. 2017.

MCLEOD, F., CHERRETT, T. Quantifying the transport impacts of domestic waste collection strategies. **Waste Management**, 28, Ed. 11. 2008.

MOHAMMADITABAR, D. Chinese Postman Problem. **Graph Theory for Operations Research and Management: Applications in Industrial Engineering: Applications in Industrial Engineering**, 224. 2012.

MORO, M. F. **O problema do carteiro chinês aplicado na otimização de rotas usadas na coleta de lixo reciclável**: um estudo de caso. 2014. 52 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira. 2014.

MOSEK. Disponível em: < <https://www.mosek.com/products/mosek/>>. Acesso em: 23 set. 2017.

NEOS SERVE. **NEOS Server: State-of-the-Art Solvers for Numerical Optimization**. Wisconsin Institutes for Discovery. Disponível em: < <https://neos-server.org/neos/>>. Acesso em: 11 set. 2016.

NUORTIO, T., KYTÖJOKI, J., NISKA, H., BRÄYSY, O. **Improved route planning and scheduling of waste collection and transport**. *Expert Systems with Applications*. 30, Ed. 2. 2006.

PEARN, W. L., CHOU, J. B. Improved solutions for the Chinese postman problem on mixed networks. **Computers & Operations Research**, 26(8), 819-827. 1999.

PEARN, W. L., LIU, C. M. Algorithms for the Chinese Postman problem on mixed networks. **Computers & operations research**, 22(5), 479-489.1995.

RAMOS, T. R. P., DE MORAIS, C. S., BARBOSA-POVOA, A. P. The smart waste collection routing problem: Alternative operational management approaches. **Expert Systems with Applications**, 103, 146-158. 2018.

SULEMANA, A., DONKOR, E. A., FORKUO, E. K., ODURO-KWARTENG, S. Optimal routing of solid waste collection trucks: a review of methods. **Journal of Engineering**, 2018.

TAHA, H. A. **Integer programming: theory, applications, and computations**. Academic Press. 2014.

TAKIGAWA, F. Y. K., MANTELLI, F. M., MURARO, T. C. (2014). **Uma ferramenta computacional para comercialização de energia do agente autoprodutor**. Disponível em: < <http://eventoscientificos.ifsc.edu.br/index.php/sepei/sepei2014/paper/viewFile/509/632>>. Acesso em: 24 set. 2017.

TOTH, P., VIGO, D. (Ed.). **Vehicle routing: problems, methods, and applications**. Society for Industrial and Applied Mathematics. 2014.

WEST, D. B. **Introduction to graph theory**. Upper Saddle River: Prentice hall. 2001.

XAVIER, R. S *et al.* **Heurística para modelagem e minimização do consumo de combustível para rotas de coleta de lixo**. Bento Gonçalves, 12. 2010.

YIN, R. K. **Estudo de Caso: Planejamento e Métodos.** [S.l.]: Bookman editora. 2015.

YU, W., BATTA, R. **Chinese Postman problem.** Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science. 2010.

Como Referenciar este Artigo, conforme ABNT:

MELO, G. A; SANTOS, L. P; PEIXOTO, M. G. M; BARBOSA, S. B; NOGUEIRA, T. H. Otimização da Rota de Coleta de Lixo na Região do Alto Paranaíba: Uma Pesquisa Aplicada. **Rev. FSA**, Teresina, v.17, n. 12, art. 12, p. 239-261, dez. 2020.

Contribuição dos Autores	G. A. Melo	L. P. N. Santos	M. G. M. Peixoto	S. B. Barbosa	T. H. Nogueira
1) concepção e planejamento.	X	X	X	X	X
2) análise e interpretação dos dados.	X	X	X	X	X
3) elaboração do rascunho ou na revisão crítica do conteúdo.	X	X	X	X	X
4) participação na aprovação da versão final do manuscrito.	X	X	X	X	X