



University of  
Texas Libraries



e-revist@s



Centro Universitário Santo Agostinho

# revistafsa

[www4.fsnet.com.br/revista](http://www4.fsnet.com.br/revista)

Rev. FSA, Teresina, v. 18, n. 02, art. 11, p. 198-220, fev. 2021

ISSN Impresso: 1806-6356 ISSN Eletrônico: 2317-2983

<http://dx.doi.org/10.12819/2021.18.02.11>

DOAJ DIRECTORY OF  
OPEN ACCESS  
JOURNALS

WZB  
Wissenschaftszentrum Berlin  
für Sozialforschung



## Proposta de um Modelo Matemático para Distribuição Equitativa de Alimentos entre Entidades Beneficentes

### Proposal of a Mathematical Model for Equitable Distribution of Food among Beneficent Entities

#### Raphaela Nogueira Cabral

Graduação em Engenharia de Produção pela Universidade Estadual de Maringá

E-mail: raphaeladoc@gmail.com

#### Nathalia Holanda de Assumpção

Graduação em Engenharia de Produção pela Universidade Estadual de Maringá

E-mail: nathaliaassum@gmail.com

#### Gislaine Camila Lapasini Leal

Doutora em Engenharia Elétrica e Informática Industrial pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Professora do Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Estadual de Maringá

E-mail: gelleal@uem.br

#### Rafael Henrique Palma Lima

Doutorado em Engenharia de Produção pela Universidade de São Paulo

Professor Adjunto no Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Tecnológica Federal do Paraná

E-mail: rafaelhlima@utfpr.edu.br

#### Endereço: Raphaela Nogueira Cabral

Universidade Estadual de Maringá - Av. Colombo, 5790,  
CEP: 87020-900, Maringá/PR, Brasil.

#### Endereço: Nathalia Holanda de Assumpção

Universidade Estadual de Maringá - Av. Colombo, 5790,  
CEP: 87020-900, Maringá/PR, Brasil.

#### Endereço: Gislaine Camila Lapasini Leal

Av. Colombo, 5790 - Jd. Universitário  
CEP 87020-900 - Maringá - PR - BR. Brasil.

#### Endereço: Rafael Henrique Palma Lima

Av. dos Pioneiros 3131, Londrina-PR CEP 86036-370

#### Editor-Chefe: Dr. Tonny Kerley de Alencar Rodrigues

Artigo recebido em 07/12/2020. Última versão recebida em 12/01/2021. Aprovado em 13/01/2021.

Avaliado pelo sistema Triple Review: a) Desk Review pelo Editor-Chefe; e b) Double Blind Review (avaliação cega por dois avaliadores da área).

Revisão: Gramatical, Normativa e de Formatação

Agencia de fomentos: Capes Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil



## RESUMO

Um importante contraste social acontece entre o desperdício alimentar e as pessoas em situação de insegurança alimentar. Para contribuir com a causa, organizações sem fins lucrativos, como o Banco de Alimentos, distribuem alimentos doados para instituições solidárias, que atendem pessoas necessitadas. As doações são insuficientes para suprir a demanda, por isso os beneficiários precisam comprar os alimentos que não receberam por meio de doações. Assim, este artigo propõe um modelo que visa auxiliar bancos de alimento a distribuir alimentos de forma equitativa às diversas entidades beneficentes que solicitam doações. Para isso, foram formulados dois modelos: o primeiro visa minimizar as necessidades totais de compra de produtos e o segundo tem como objetivo minimizar a maior necessidade de compra entre todas as entidades. Os modelos matemáticos foram propostos com base no Problema Clássico de Transportes e no Problema dos P-Centros, com uso do software Gurobi.

**Palavras-chave:** Banco de Alimentos. Segurança Alimentar. Modelagem Matemática. Gurobi.

## ABSTRACT

An important social contrast occurs between food waste and people in situations of food insecurity. To contribute to the cause, non-profit associations called Food Banks distribute donated food to charitable institutions, until they reach the necessary people. Donations are not always sufficient to meet the demand, so beneficiaries need to buy food they did not receive through donations. In this sense, this article proposes a model that aims to help food banks to distribute food equitably to the various charities that request donations. To this end, two models were formulated: the first aims to minimize the purchase products and the second aims to minimize the greatest need for purchase among all entities. The mathematical models were proposed bases on the Classic Transport Problem and the P-Center Problem, using the Gurobi software.

**Keywords:** Food Bank. Food Security. Mathematical Modeling. Gurobi.

## 1 INTRODUÇÃO

O desperdício alimentar é um tema crítico com o qual a sociedade e diversas organizações lidam diariamente. A *Food and Agriculture Organization* (FAO), por exemplo, demonstra que o desperdício de alimento no mundo corresponde a mais de um bilhão de toneladas a cada ano, que representa 30% do total produzido (FINN, 2014). Paralelo a isso, o número de pessoas em situação de insegurança alimentar chegou a 821 milhões em 2017 (FAO, 2018).

A situação em questão é vista como um grande contraste que desequilibra a cadeia de suprimentos, pois ao mesmo tempo em que há pessoas com insegurança alimentar, há toneladas de alimento sendo desperdiçadas. Um problema com tamanha magnitude possui grandes oportunidades para ser retrato em pesquisas a fim de ajudar a encontrar soluções que aliviem a situação (SOLAK, SCHERRER E GHONIEM, 2012).

Há diversas medidas que auxiliam na prevenção do desperdício alimentar, sejam nacionais, regionais ou locais, de empresas privadas, plataformas públicas ou ONG's, e até campanhas de conscientização do consumidor (DIAZ-RUIZ *et al.*, 2019). Uma das ações para mitigar o desperdício de alimentos é a possibilidade de doá-los para organizações sem fins lucrativos (MURIANA, 2017). De acordo com Schneider (2013), no final da década de 1960, um empresário aposentado chamado John Von Hengel trabalhou como voluntário em uma cozinha comunitária em Phoenix - Arizona, e notou que os restaurantes e supermercados próximos jogavam bons alimentos no lixo apenas por estarem com a aparência fora do padrão de comercialização, mesmo mantendo as características nutricionais necessárias para alimentar a população em situação de fome. Então, foi estabelecida uma cooperação com esses estabelecimentos e o primeiro Banco de Alimentos foi fundado.

Nesse sentido, Martins, Melo e Pato (2018) definem os Bancos de Alimentos (BA) como organizações sem fins lucrativos que distribuem o alimento doado para instituições solidárias, de modo que esse alimento seja direcionado para as pessoas com necessidade, respeitando o equilíbrio entre a diminuição do desperdício e os requisitos de segurança alimentar (KASZA *et al.*, 2019). No Brasil, os BA são vinculados ao CEASA, e mantidos pelo governo estadual em conjunto com ações de ordem privada, e regulamentado em esfera federal pelo Ministério do Desenvolvimento Social.

Desta forma, o BA realiza a proeminente tarefa de integrar os doadores ou fornecedores de alimentos do CEASA a um conjunto de entidades ou beneficiários, pois os alimentos não são distribuídos diretamente para o público, mas sim para organizações de assistência familiar

(BIERMA; JIN; BAZAN, 2019). Os beneficiários, por sua vez, redirecionam os alimentos obtidos para mais de 8 mil pessoas em estado de vulnerabilidade social e nutricional, semanalmente. Organizações como os BA, geralmente, não sabem quando e quanto alimento irão receber (BUISMAN *et al.*, 2018), e, por esse motivo, a variação na oferta e a alta demanda ocasionam a necessidade dos beneficiários em comprar os alimentos que o BA não pôde oferecer, para complementar a demanda das pessoas em situação de fome. Assim, a problemática observada nesse processo consiste na distribuição desses alimentos entre os beneficiários, levando em consideração o valor agregado que está sendo distribuído. Deste modo, se faz necessário entender a necessidade destes beneficiários, juntamente às suas restrições.

O objetivo do presente trabalho é utilizar a Programação Linear Inteira Mista para sistematizar uma solução que minimize os custos que os beneficiários têm na complementação dos alimentos necessários, de modo que a doação do BA leve em consideração uma distribuição o mais próximo possível de estabelecer a equidade entre os beneficiários. Desta forma, este trabalho está delimitado em analisar os beneficiários presentes na cadeia de suprimento do BA, possibilitando a gestão das doações em meio às suas restrições.

O presente estudo encontra-se estruturado da seguinte forma: Sessão 2 - Revisão de Literatura, que apresenta um breve panorama do BA e dos modelos utilizados para o embasamento dessa proposta; Sessão 3 – Proposta do Modelo aplicado ao estudo, bem como o passo a passo para a aplicação da Programação Linear Inteira Mista; Sessão 4- Resultados obtidos, acompanhados de suas respectivas análises e, por fim, Sessão 5 – Considerações Finais, abrangendo uma síntese do estudo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICA

A contextualização do trabalho realizado é estratificada em quatro diferentes assuntos: O problema clássico do transporte, o problema das p-medianas, os bancos de alimentos e a segurança alimentar. Juntos, esses assuntos contemplam o cenário, os modelos e o objetivo almejado.

### 2.1 O Problema de Transporte

O transporte é um desafio comumente abordado em situações adversas. O problema clássico do transporte admite que um conjunto de pontos de demanda deve ser fornecido a

partir de um conjunto de pontos de abastecimento, e o objetivo é que isso seja feito com custo mínimo, respeitando as demandas pré-estabelecidas (Guajardo et al., 2018). A modelagem matemática para esse problema pode ser descrita de acordo com as equações 1- 4.

Parâmetros do modelo:

- $C_{ij}$ : Custo unitário de transporte do fornecedor  $i, (i = 1, \dots, m)$  para o consumidor  $j, (j = 1, \dots, n)$ ;
- $S_i$ : Quantidade de fornecimento disponível no ponto  $i \in I$ ;
- $D_j$ : Quantidade de demanda requisitada no ponto  $j \in J$ ;

Variáveis de decisão:

- $Y_{ij}$ : quantidade transportadas do fornecedor  $i, (i = 1, \dots, m)$  para o consumidor  $j, (j = 1, \dots, n)$ .

Função objetivo:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } Z \\ & = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} Y_{ij} \end{aligned} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J} Y_{ij} \leq S_i \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} Y_{ij} = D_j \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$Y_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4)$$

O objetivo da função geral (1) é a minimização do custo total do transporte, considerando o custo unitário e as quantidades transportadas. A restrição (2) representa a disponibilidade de suprimento para cada ponto de fornecimento. A equação (3) indica que a demanda de todos os consumidores deve ser atendida. Por fim, a equação (4) corresponde à condição de não-negatividade de cada variável.

## 2.2 O Problema P-Centros

O problema tradicional de p-centros, proposto por Daskin (1995), tem como objetivo a minimização da maior distância entre centros consumidores e instalações abertas, como representado nas equações 5 – 10.

Parâmetros do modelo:

- $P$ : o número de instalações abertas;
- $Z$ : limite superior em um raio de solução viável.

Variáveis de decisão:

- $Y_i$ : 1 se, e somente se, uma instalação estiver aberta.
- $X_{ij}$ : 1 se, e somente se, um determinado cliente estiver ligado a uma determinada instalação.

Função objetivo:

$$\text{Min} Z \tag{5}$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^M Y_j \leq P \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^M X_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, N \tag{7}$$

$$X_{ij} - Y_l \leq 0 \quad l = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^M D_{ij} X_{ij} \leq Z_l \quad l = 1, \dots, N \quad (9)$$

$$X_{ij}, Y_l \in \{0,1\} \quad l = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M \quad (10)$$

A função objetivo (5) minimiza a maior distância entre centros consumidores e instalações abertas, e está sujeita a cinco restrições. A equação (6) limita o número de instalações abertas a no máximo  $p$ . A equação (7) atribui a cada cliente/consumidor apenas uma instalação. Em (8), é proibido que o cliente/consumidor seja atribuído a uma instalação fechada. A equação (9) força que  $z$  seja maior do que a distância de qualquer cliente para a instalação atribuída. Por fim, a equação (10) estabelece o conjunto ao qual as variáveis pertencem.

### 2.3 Banco de Alimentos

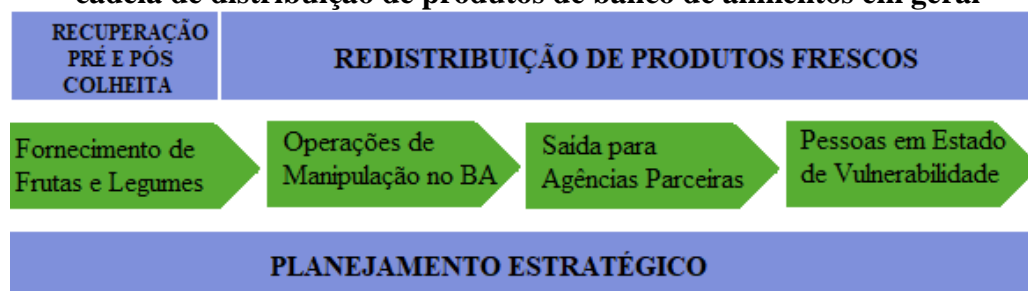
Famílias ou indivíduos carentes podem usufruir de um sistema de alimentação de caridade para que possam se alimentar. De acordo com Wetherill *et al.* (2018), esse é um sistema complexo que visa apoiar essa parcela da população na sociedade, e é formado por BA, organizações de resgate de alimentos, despensas de alimentos, cozinhas e refeitórios populares, abrigos e instituições que fornecem alimentos. Tratando-se da economia social, o retorno sobre o investimento não é a preocupação principal (MARTINS; MELO; PATO, 2018).

Nesse sentido, os BA podem ser definidos como organizações sem fins lucrativos especializadas na recuperação de excedentes de alimentos seguros e nutritivos gerados na cadeia de abastecimento agroalimentar, com intuito de redistribuí-los para organizações de caridade que ajudam pessoas e famílias necessitadas (Rovati,2017)

Segundo Wetherill *et al.* (2018), o BA visa distribuir alimentos para organizações que dão assistência a famílias e indivíduos em situação de insegurança alimentar, atuando no

abastecendo refeitórios populares, abrigos e outras organizações que fornecem alimentos, no intuito de melhorar a alimentação devido à necessidade orçamentária familiar. Nesse sentido, um BA segue um modelo geral de distribuição de alimentos como demonstrado na Figura 1.

**Figura 1 – Etapas para a recuperação e redistribuição de frutas e vegetais por meio da cadeia de distribuição de produtos de banco de alimentos em geral**



Fonte: Adaptado de Wetherill *et al.* (2019)

Balcik, Iravani e Smilowitz (2014) relatam que a demanda da coleta e da distribuição de alimentos doados para organizações sem fins lucrativos é significativamente maior do que a oferta, por isso maximizar as ofertas e melhorar a eficiência das coletas, do armazenamento e da distribuição tem se tornado um desafio. Segundo Solak, Scherrer e Ghoniem (2012), os BA enfrentam um conflito entre ser eficiente e ser equitativo, pois a eficiência está relacionada ao atendimento da maior quantidade total de pessoas, enquanto que a equidade se refere ao atendimento igualitário para cada pessoa necessitada.

Segundo Ortuno e Padilla (2013), a logística de distribuição de alimentos em um BA compreende em sua coleta e classificação, seja produtos em boa ou má condição, alocação e distribuição para as famílias em situação de insegurança alimentar, que, de acordo Wetherill *et al.* (2018), a insegurança alimentar consiste no acesso incerto ou limitado aos alimentos, gerando uma alimentação de má qualidade até a fome em larga escala.

Diversos estudos relacionados à segurança alimentar com vários enfoques já foram desenvolvidos para mitigar a insegurança alimentar, desperdícios nas operações de coleta, transporte e distribuição, exemplo disso, Martins *et al.*, (2011) além de definirem o conceito de BA, propõem um modelo de programação linear seguido por uma heurística de arredondamento para obter uma solução para distribuição de alimentos em um BA de Portugal, visando a satisfação ao máximo as necessidades das pessoas apoiadas, sem favorecer nenhuma instituição.

Ortuno e Padilla (2013), desenvolveram um modelo de programação linear, focado na gestão e distribuição de alimentos que envolve desde a coleta até a distribuição. Este trabalho



leva em consideração o enfoque na dieta alimentar, juntamente a seleção de quantidades suficientes de alimentos que minimizem o custo total e supram as necessidades nutricionais de uma família que se encontra em situação de vulnerabilidade.

Melo, Martins e Pato (2016), propõem uma abordagem para readequar uma rede de cadeia de suprimento de alimentos de vários níveis, desde coleta até sua distribuição para organizações que oferecem assistência alimentar à população carente. Utilizando a programação linear inteira mista, os autores propõem um novo modelo que considera as várias características que compõem uma cadeia de abastecimento de doações de alimento, ressaltando-se que a sustentabilidade é considerada de extrema relevância no processo de tomada de decisão, integrando objetivos econômicos, ambientais e sociais.

Sengul *et al.*, (2016) realizaram uma pesquisa em parceria com o BA do Leste da Carolina do Norte, estabelecendo uma abordagem de programação linear que considera a capacidade, a oferta e a equidade, assim, o objetivo se torna em determinar uma distribuição equitativa dos alimentos entre as pessoas em estado de vulnerabilidade, relatando que em muitas vezes a maximização dos alimentos doados entre me conflito com o objetivo, necessitando de alterações e relaxações no modelo para o alcance de um equilíbrio. Já Guillermo *et al.*, (2017), concentra-se em demonstrar um modelo CVRPTW (*Capacited Vehicle Routing Problem with Time Windows*) com abordagem da programação linear inteira mista, aplicado para coletar doações de um banco de alimentos, com o principal objetivo de minimizar os custos e tempos operacionais que são afetados devido a uma variação dinâmica na programação dos doadores escalados para a visita.

Lee *et al.*, (2017), considerando a insegurança alimentar e o desperdício de alimentos, questões sociais simultâneas nos Estados Unidos, apresentam um modelo de otimização estocástica que permite otimizar o cronograma de coleta para maximizar o volume total esperado e determinar quais condições e diferentes estratégias operacionais podem ser mais úteis para melhorar o desempenho da operação de coleta. Neste trabalho, também, é possível identificar as condições em que alternativas de intervenções políticas se mostravam mais eficazes a situação.

Com base nas publicações analisadas, há uma tendência de estudos que analisam os BA de maneira mais ampla, buscando entender o comportamento da cadeia de suprimento, questões organizacionais, o impacto de sua instalação e análises na central de distribuição. Portanto, é possível evidenciar a escassez de estudos voltados para os beneficiários que utilizam dessa central de distribuição, tal como proposto neste artigo.

## 2.4 Proposta do Modelo

Nesta seção é descrito o problema considerado no BA e apresentado o modelo de programação inteira mista proposto.

### 2.4.1 Formulação do Problema

O problema em estudo considera a distribuição de doações em um BA. O objetivo é estruturar a distribuição dos alimentos que são doados, considerando a demanda de cada beneficiário e a capacidade de transporte, de forma a minimizar os custos na compra de alimentos complementares, não ofertados pelo BA.

Para o presente estudo considerou-se que o BA tem a possibilidade de receber diariamente 25 variedades de alimento, juntamente a caracterização do valor, peso e volume de cada caixa de alimento, considerando que estas especificações variadas. Com o uso da programação linear é possível viabilizar um modelo matemático que considere tantos atributos diferentes para uma solução ótima.

O BA em estudo possui 43 beneficiários cadastrados. A partir de um cronograma pré-estabelecido, tem-se a cada dia um grupo de beneficiários aptos a participar da distribuição dos alimentos. Nesta pesquisa, foram investigados 7 beneficiários que possuem regularidade de participação na distribuição dos alimentos e que realizam diferentes ações na sociedade. Aqui cada entidade beneficiária será denominada apenas beneficiário, sendo a capacidade de transporte em volume e em carga de cada um destes coletados de acordo com as informações disponíveis na inscrição do BA.

Com relação a demanda e a oferta, tendo em vista que são variáveis que lidam com a incerteza de doações e de pessoas assistidas por cada um dos beneficiários, foi realizado uma simulação de valores. Desta forma, com todos esses dados definiu-se o modelo matemático e a simulação de cenários que evidencie o mais próximo da situação real do BA, proporcionando melhorias aplicáveis.

### 2.4.2 Modelo Matemático

A partir da formulação do problema, foi desenvolvido um modelo que integra as decisões da distribuição das doações entre os beneficiários. Dessa forma, a quantidade distribuída de doações leva em consideração o custo dos produtos, a capacidade de transporte, a oferta e demanda especificada como influência principal na solução. Assim, foram

desenvolvidos dois modelos, o primeiro modelo apresentado refere-se a adequações dentro do modelo de transporte e o segundo modelo refere-se à adequação do modelo de P-Centros.

No primeiro modelo verifica-se os índices, parâmetros, variáveis e a função objetivo do modelo matemático de distribuição das doações, como segue:

Índices do problema:

$i, (i = 1, \dots, n)$ : Produtos do Banco de Alimentos

$j, (j = 1, \dots, m)$ : Beneficiários

Variáveis de decisão:

$X_{ij}$ : Quantidade do item  $i$  doados ao  $j$

Parâmetros:

$Z_i$ : Capacidade das caixas padrão de  $i$  em litros

$P_i$ : Peso da caixa do item  $i$  em quilogramas

$C_i$ : Custo de compra do item  $i$

$K_j$ : Capacidade de transporte de  $j$  em litros

$L_j$ : Capacidade de transporte de  $j$  em Quilogramas

$D_{ij}$ : Demanda do item  $i$  para o beneficiário  $j$

$O_i$ : Oferta do item  $i$

$X_i$ : Tipo de item  $i$

Função Objetivo:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } Z \\ & = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M ((D_{ij} - X_{ij}) C_i) \end{aligned} \quad (11)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N X_{ij} Z_i \leq k_j \quad \forall j \\ & = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^N P_i X_{ij} \leq L_j \forall j = 1, \dots, M \tag{13}$$

$$\sum_{j=1}^M X_{ij} \leq O_i \forall i = 1, \dots, N \tag{14}$$

$$X_{ij} \geq D_{ij} \forall i = 1, \dots, N \forall j = 1, \dots, M \tag{15}$$

$$X_{ij}, k_j, O_i, L_j, Z_j, P_i \in N_0 \forall i = 1, \dots, N, \forall j = 1, \dots, M \tag{16}$$

A função objetivo na Eq. (11) minimiza os custos envolvidos na aquisição de produtos complementares para a realização das refeições, de forma que a oferta e a demanda atendida estão totalmente relacionadas a esse custo. As Eqs. (12), (13) representam a capacidade de transportar as doações alocadas a cada entidade beneficiada. A Eq. (14) garante que apenas a quantidade ofertada pelo banco de alimentos será doada. A Eq. (15) determina que a quantidade de cada alimento distribuída não deve exceder a demanda dos beneficiários, por fim a Eq. (16) representa o domínio das variáveis.

No segundo modelo, o objetivo é minimizar o maior valor de custo da entidade que apresentar uma desigualdade visível no modelo anterior, Modelo 1. Verifica-se os índices, parâmetros, variáveis e a função objetivo do modelo matemático de distribuição das doações, como segue:

Índices do problema:

$i, (i = 1, \dots, n)$ : Produtos do Banco de Alimentos

$j, (j = 1, \dots, m)$ : Beneficiários

Variáveis de decisão:

$X_{ij}$ : Quantidade do item  $i$  doados ao  $j$

$R$  : Maior custo de compra do item  $i$

Parâmetros:

$Z_i$ : Capacidade das caixas padrão de  $i$  em litros

$P_i$ : Peso da caixa do item  $i$  em quilogramas

$C_i$ : Custo de compra do item  $i$

$K_j$ : Capacidade de transporte de  $j$  em litros

$L_j$ : Capacidade de transporte de  $j$  em Quilogramas

$D_{ij}$ : Demanda do item  $i$  para o beneficiário  $j$

$O_i$ : Oferta do item  $i$

$X_i$ : Tipo de item  $i$

Função Objetivo

**Minimizar**  $Z = R$

(17)

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^N X_{ij} Z_i \leq k_j \quad \forall j = 1, \dots, M \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^N P_i X_{ij} \leq L_j \quad \forall j = 1, \dots, M \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^M X_{ij} \leq O_i \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (20)$$

$$X_{ij} \leq D_{ij} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad \forall j = 1, \dots, M \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^N ((D_{ij} - X_{ij})C_i) \leq R \forall j = 1, \dots, M \quad (22)$$

$$R \geq 0 \quad (23)$$

$$X_{ij}, k_j, O_i, L_j, Z_j, P_i \in N_0 \forall i = 1, \dots, N, \forall j = 1, \dots, M \quad (24)$$

Neste segundo modelo, as únicas alterações, quando comparado ao primeiro modelo, são na função objetivo da Eq. (17), em que nesse caso o objetivo é minimizar o R, na Eq. (22) força que R seja maior do que o custo de qualquer beneficiário para a distribuição dos alimentos e na Eq. (23) que relata o domínio de R.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção verifica-se os resultados computacionais obtidos. Para a implementação do modelo foi utilizado o software *Gurobi*, com implementação em linguagem *Python* por meio da plataforma *Anaconda Navigator* 1.9.7 com a ferramenta *Jupyter Notebook* 5.7.8 e com o suporte do *Gurobi Optimization* 8.1.1. O problema foi resolvido utilizando um equipamento com processador Core i5-7200U em 2,71 GHz com 8 GB de RAM, sob o sistema operacional Windows 10.

#### 3.1 Resultados da Aplicação

Com relação ao modelo matemático proposto no item 3.2, a implementação e o resultado do Modelo 1 apresenta-se no Quadro 3, evidenciando a variedade e quanto de cada alimento foi designado a cada beneficiário.

**Quadro 3 – Resultado do *Gurobi* para o Modelo 1**

<b>Xij</b>	<b>Benf.1</b>	<b>Benf.2</b>	<b>Benf.3</b>	<b>Benf.4</b>	<b>Benf.5</b>	<b>Benf.6</b>	<b>Benf.7</b>
<b>X1</b>	0	1	10	0	1	0	0
<b>X2</b>	0	0	0	0	8	0	0
<b>X3</b>	4	6	4	0	1	7	0
<b>X4</b>	4	8	5	2	3	1	0
<b>X5</b>	0	0	0	0	2	0	0
<b>X6</b>	0	4	0	2	0	0	0
<b>X7</b>	0	0	0	0	1	0	2
<b>X8</b>	0	1	0	0	2	4	2
<b>X9</b>	0	0	0	1	0	0	0
<b>X10</b>	0	0	0	0	4	0	0
<b>X11</b>	0	3	7	4	0	0	2
<b>X12</b>	0	0	7	0	1	0	0
<b>X13</b>	1	3	2	1	1	0	4
<b>X14</b>	0	2	1	0	2	0	0
<b>X15</b>	1	8	1	0	0	0	0
<b>X16</b>	0	1	2	2	2	3	5
<b>X17</b>	4	1	3	1	3	4	3
<b>X18</b>	5	0	1	6	5	1	0
<b>X19</b>	3	5	4	0	0	0	0
<b>X20</b>	0	0	0	3	4	0	3
<b>X21</b>	0	0	0	1	8	0	0
<b>X22</b>	0	2	1	0	1	0	0
<b>X23</b>	3	1	1	1	1	2	1
<b>X24</b>	5	1	0	0	3	0	0
<b>X25</b>	4	7	8	0	5	2	2
<b>Custo (R\$)</b>	<b>3739</b>	<b>3233</b>	<b>3764</b>	<b>3360</b>	<b>76</b>	<b>3359</b>	<b>2833</b>

Fonte: Autores (2020).

Foi implementado o Modelo 2, utilizando dos mesmos dados, mas com as diferentes restrições e função objetivo. Desta forma, evidencia-se os resultados no Quadro 4.

**Quadro 4 – Resultado do Gurobi para o Modelo 2**

<b>Xij</b>	<b>Benf.1</b>	<b>Benf.2</b>	<b>Benf.3</b>	<b>Benf.4</b>	<b>Benf.5</b>	<b>Benf.6</b>	<b>Benf.7</b>
<b>X1</b>	0	2	10	0	0	0	0
<b>X2</b>	0	6	2	0	0	0	0
<b>X3</b>	7	6	4	2	0	3	0
<b>X4</b>	0	6	0	0	1	0	0
<b>X5</b>	0	0	0	0	0	0	0
<b>X6</b>	0	2	3	1	0	0	0
<b>X7</b>	0	0	0	0	0	0	2
<b>X8</b>	0	0	0	0	0	3	0
<b>X9</b>	0	0	0	1	0	0	0
<b>X10</b>	2	0	0	1	0	1	0
<b>X11</b>	0	0	0	0	0	0	2
<b>X12</b>	0	0	8	0	0	0	0
<b>X13</b>	1	3	0	1	0	1	4
<b>X14</b>	0	0	5	0	0	0	0
<b>X15</b>	1	8	1	0	0	0	0
<b>X16</b>	0	1	2	2	0	3	7
<b>X17</b>	4	1	3	1	3	4	3
<b>X18</b>	5	0	1	10	0	1	0
<b>X19</b>	3	4	5	0	0	0	0
<b>X20</b>	0	1	0	3	0	4	0
<b>X21</b>	2	3	3	1	0	0	0
<b>X22</b>	0	2	2	0	0	0	0
<b>X23</b>	3	1	1	1	1	2	0
<b>X24</b>	2	1	0	0	3	0	0
<b>X25</b>	4	7	8	0	5	2	2
<b>Custo (R\$)</b>	<b>3155</b>	<b>3155</b>	<b>3153</b>	<b>3149</b>	<b>3127</b>	<b>3156</b>	<b>3031</b>

Fonte: Autores (2020).

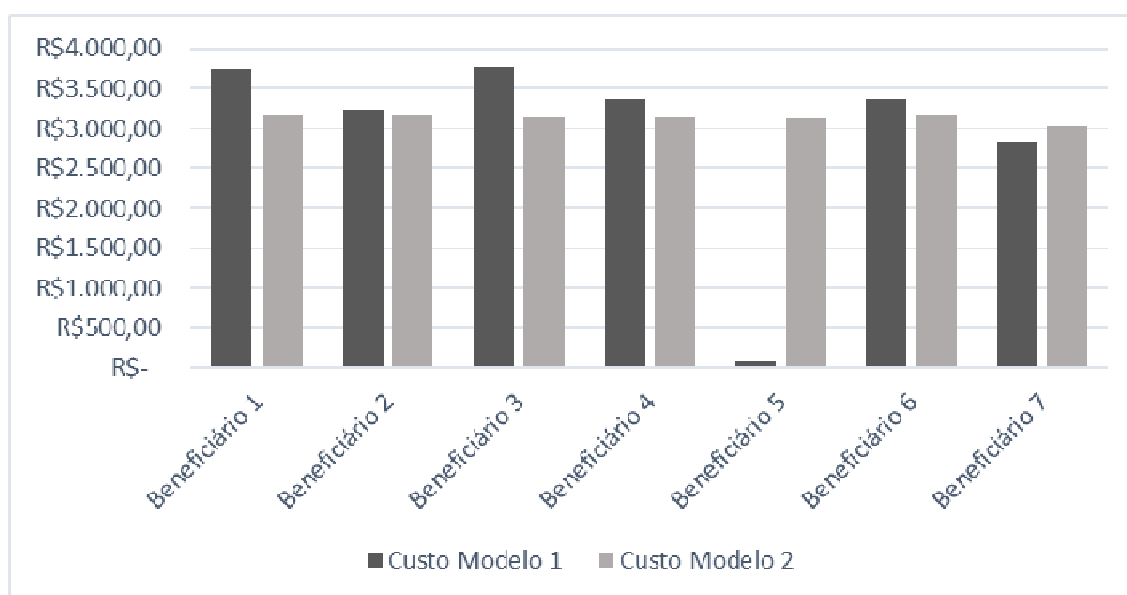


Desta forma, ao comparar o Quadro 3 e o Quadro 4, observa-se que os modelos proporcionaram soluções diferentes. Enquanto no Modelo 1 o custo total na compra de alimentos complementares entre os beneficiários foi de R\$20.364,00 reais, no Modelo 2 observa-se um custo de R\$21.926,00 reais. Já com relação ao beneficiário que apresentou o maior custo no Modelo 1, observa-se ser o beneficiário 3 com R\$3.764,00 reais em compras complementares, enquanto no Modelo 2 o maior custo apresentado é o do beneficiário 6 com R\$3.156,00 reais. Assim, ao analisar essas diferenças nos custos, observa-se também a distinção entre os modelos.

Enquanto no Modelo 1 o foco concentra-se em minimizar a soma dos custos totais de todas as entidades, o Modelo 2 concentra-se em minimizar o maior custo, assim, para o problema exposto é necessário a análise de qual modelo seria mais adequado para a realidade do Banco de Alimento. Neste caso em específico, em que o objetivo é proporcionar o máximo possível de equidade entre os beneficiários, o Modelo 2 mostra-se mais coerente, apesar de mostrar um aumento no custo total, ele minimiza o maior custo, do beneficiário que ficou prejudicado na distribuição do Modelo 1 por apresentar o maior custo com uma diferença discrepante quando comparado ao restante, proporcionando o alcance de uma igualdade maior entre os custos na compra de alimentos complementares entre os beneficiários.

Os valores dos custos totais para cada beneficiário também estão apresentados na Figura 2.

**Figura 2 – Comparativo de Custo entre o Modelo 1 e o Modelo 2**



Fonte: Autores (2020)

Por meio da Figura 2 é possível verificar que a proposta do Modelo 2 foi bem executada, pois os custos dos beneficiários seguiram valores próximos da equidade. O Modelo 1 obteve o menor custo total, mas, ao mesmo tempo, fez com que houvesse uma grande disparidade entre os beneficiários, inclusive com um baixo pico muito significativo no beneficiário 5. Além dos resultados obtidos e o comparativo realizado, é importante ressaltar que ambos os modelos tiveram o tempo de resolução instantâneo, com um tempo de 0,12 segundos, demonstrando que apresentam soluções ótimas.

### 3.2 Análise dos Resultados

Assim, com a apresentação dos resultados para ambos os modelos apresentados na seção 4, propor-se a verificação do comportamento dos modelos propostos pensando em situações futuras que podem se tornar a realidade do BA, foram simuladas 20 instâncias com alterações dos dados principais, a demanda e a oferta do BA. Desta forma, foi possível verificar dentre as instâncias qual modelo apresenta a maior vantagem no uso na maioria das situações simuladas. No Quadro 5 é realizado todo o detalhamento das alterações realizadas.

Como métricas para análise do método mais adequado para cada instância foi realizado a Equação 25 e a Equação 26 respectivamente, para que em seguida os resultados fossem comparados. Desta forma, caso esse resultado da Equação 25 fosse inferior a Equação 26, o melhor Modelo escolhido seria o Modelo 2 e caso contrário o melhor modelo considerado é o Modelo 1.

$$\frac{\text{CustototalM2} - \text{CustototalM1}}{N - 1} \quad (25)$$

$$\text{MaiorcustoM1} - \text{MaiorcustoM2} \quad (26)$$

Na Equação 25, verifica-se a subtração entre o custo total do Modelo 2 e o custo total do Modelo 1, sendo em seguida realizada a divisão por  $N$  que representa a quantidade de beneficiários em estudo. Já a Equação 26 representa a subtração entre o maior custo do Modelo 1 e o maior custo do Modelo 2. O intuito dessas equações é verificar qual o aumento do custo total do Modelo 1 para o Modelo 2 (Eq.25), para assim comparar o valor economizado para o beneficiário que apresenta o maior custo unitário entre o Modelo 2 e o Modelo 1 (Eq.26).

**Quadro 5 – Comparativo entre os Modelos**

<b>Instância</b>	<b>Modelo 1</b>		<b>Modelo 2</b>		<b>Melhor Modelo</b>
	<b>Custo Total</b>	<b>Maior Custo</b>	<b>Custo Total</b>	<b>Maior Custo</b>	
<b>1</b>	19165	4128	21957	3155	<b>M2</b>
<b>2</b>	21618	5570	24388	3517	<b>M2</b>
<b>3</b>	24005	5541	29785	4418	<b>M2</b>
<b>4</b>	30368	7114	37794	5810	<b>M2</b>
<b>5</b>	25364	5841	29717	4281	<b>M2</b>
<b>6</b>	22143	5379	27410	4019	<b>M2</b>
<b>7</b>	27865	6685	34531	5272	<b>M2</b>
<b>8</b>	25738	5636	29767	4332	<b>M2</b>
<b>9</b>	28546	6442	35956	5443	<b>M1</b>
<b>10</b>	26662	5214	30514	4651	<b>M1</b>
<b>11</b>	24350	4584	25894	4129	<b>M2</b>
<b>12</b>	16938	3852	19600	2929	<b>M2</b>
<b>13</b>	17881	4422	24442	3554	<b>M1</b>
<b>14</b>	21874	4207	25632	3814	<b>M1</b>
<b>15</b>	22674	4845	26199	3878	<b>M2</b>
<b>16</b>	22920	4951	24841	3564	<b>M2</b>
<b>17</b>	24284	4499	24888	3564	<b>M2</b>
<b>18</b>	26226	5718	27279	4090	<b>M2</b>
<b>19</b>	34564	6929	34716	5299	<b>M2</b>
<b>20</b>	20912	4861	29526	4266	<b>M1</b>

Fonte: Autores (2020)

Como verifica-se no Quadro 5, o Modelo 2 se mostrou melhor em 75% dos casos, enquanto o Modelo 1 em 25% dos casos. Dessa forma a opção mais adequada é a escolha do Modelo 2, porém a combinação dos dois também é interessante, visto que ambos têm contribuições diferentes e que em algumas situações o Modelo 1 é a opção mais vantajosa. Outra consideração importante é que a solução é ótima para ambos, proporcionando resoluções instantâneas, desta forma, uma alternativa viável é o gestor do BA realizar a implementação de ambos os modelos em cada decisão de distribuição dos alimentos, ponderando qual é mais vantajoso, considerando que dentre as situações previstas existem cenários em que ao prezar pela equidade acabam auxiliando 1 beneficiário, porém, tornando o aumento do custo unitário para cada um dos outros 6 beneficiários, exorbitante.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo consistiu na análise e estruturação de melhorias na distribuição dos alimentos doados em um BA. Com a elaboração de um modelo matemático baseado no Problema Clássico de Transportes e no Problema de P-Centros, utilizando o *software Gurobi* na resolução. Para o BA a solução gerada possibilita maior agilidade aos gestores, juntamente a um controle com maior precisão sobre seu objetivo de distribuição com equidade. Com relação aos beneficiários, considerando que são organizações sem fins lucrativos, logo possuem uma disponibilidade de recursos restrita e escassa. Tal situação possibilita minimização dos custos para completar seus alimentos doados com alimentos comprados, proporcionando a possibilidade investir ainda mais no alcance do atendimento de mais pessoas em estado de vulnerabilidade.

É importante ressaltar que o valor estimado para a economia dos beneficiários considera o valor de venda de um fornecedor atacadista, tornando-se uma limitação ao considerar que diversos beneficiários são restritos apenas ao acesso de fornecedores do varejo, que são caracterizados por apresentar um valor de venda mais elevado.

Os resultados obtidos indicam que o modelo de minimização do maior custo, Modelo 2, é mais viável do que o modelo de minimização da soma dos custos totais de todas as os beneficiários envolvidos, Modelo 1. Porém, deve-se levar em consideração que ambos os modelos oferecem soluções ótimas e vantajosas para o BA e para os beneficiários, variando conforme os dados de oferta e demanda introduzidos. Assim, com essas considerações, recomenda-se a utilização simultânea dos modelos, sendo analisada a melhor solução para cada situação, com a percepção do gestor do BA.

Como proposta para implementação futura, deve-se realizar um modelo que além de focar no menor custo para os beneficiários, realize a maximização na entrega de alimentos pensando nas calorias e nutrientes concebidos por cada variedade e a necessidade alimentar de um ser humano, podendo se basear na demanda dos beneficiários conforme a quantidade de pessoas atendidas. Outra proposta também seria ponderar ações para minimizar os alimentos que sobram no BA e tem como destino o lixo, tornando-se parte das estatísticas do desperdício alimentar.

## REFERÊNCIAS

- Balcik, B., Iravani, S. e Smilowitz, K. Multi-vehicle sequential resource allocation for a nonprofit distribution system. *IIE Transactions*, v.46, n.12, p.1279-1297, 2014.
- Bierma, T. J., Jin, G., Bazan, C. N. Food Donation and Food Safety: Challenges, Current Practices, and the Road Ahead. *Journal of Environmental Health*, v. 81, n. 10, p. 16-21. 2019.
- Black, R.; Morris, S. and Bryce, J. Where and why are 10 million children dying every year? *The Lancet*, n. 361, p. 2226–2234. 2003.
- Buisman, M. E., Haijema R., Akkerman, R., Bloemhof, J. M. Donation management for menu planning at soup kitchens. *European Journal of Operational Research*, v. 272, p. 324–338. 2019.
- Cuervas-Ortuño, J. Gomez-Padilla, A. Assembly of customized food pantries in a food bank by fuzzy optimization. *Dyna*, v. 88, n. 5, p. 560-573. 2013.
- Daskin, M. S., e Maass, K. L. The p-Median Problem. *Location Science*, p. 21–45, 2015.
- Diaz-Ruiz, R., Costa-Font, M., Lopez-i-Gelats, F., Gil, J. M. Food waste prevention along the food supply chain: A multi-actor approach to identify effective solutions. *Resources, Conservation & Recycling*, v.149, p. 249–260. 2019.
- FAO. World Food And Agriculture. Statistical Pocketbook. Rome. 2018.
- Finn, S. M. Valuing our food: Minimizing Waste and Optimizing Resources. *Zygon*, v. 49, p. 992-1008. 2014.
- Guajardo, M., Ronnqvist, M., Flisberg, P., Frisk, M. Collaborative transportation with overlapping coalitions. *European Journal of Operational Research*. 2018.
- Guillermo, I., Arenas, P., Gutierrez, A., Solano, L., Armando, C., e Rocha Medina, L. CVRPTW model applied to the collection of food donations. In: *Conferência Internacional sobre Engenharia Industrial e Gestão de Operações* Bogotá, Colômbia, p. 1307-1314. 2017.

Kasza, G. Szabó-Bódi, B., Lakner, Z., Izsó, T. Balancing the desire to decrease food waste with requirements of food safety. *Trends in Food Science & Technology*, v. 84, p. 74–76. 2019.

Lee, D., Sönmez, E., Gómez, M. I., e Fan, X. Combining two wrongs to make two rights: Mitigating food insecurity and food waste through gleaning operations. *Food Policy*, v. 68, p. 40–52. 2017.

Melo, T., Martins, C., e Pato, M. Redesigning a food bank supply chain network, Part I: Background and mathematical formulation. *Technical reports on Logistics of the Saarland Business School*, n. 10. 2016.

Martins, C.L., Melo, M.T., Pato, M.V., Redesigning a food bank supply chain network in a triple bottom line context, *International Journal of Production Economics*, 2018.

Martins, I., Guedes, T., Rama, P., Ramos, J., & Tchemisova, T. Modelling the problem of food distribution by the portuguese food banks. *International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, v. 2(3), p. 313-341. 2011.

Muriana, C. A focus on the state of the art of food waste/losses issue and suggestions for future researches. *Waste Management*, v. 68, p. 557–570. 2017.

Rovati, G. The contribution of food banks to social solidarity and positive peace: The italian case. *Business, Peace and Sustainable Development*, v.9, p. 65-75, 2017.

Schneider, F. The evolution of food donation with respect to waste prevention. *Waste Management*, v. 33, p. 755–763. 2013.

Sengul, I., Ivy, J., & Uzsoy, R. Modeling for equitable and effective food distribution in north carolina. Paper presented at the *IIE Annual Conference and Expo*, 2013, p. 3440-3449.

Solak, S.; Scherrer, C; Ghoniem, A. The stop-and-drop problem in nonprofit food distribution networks. *Ann Oper Res*, v. 221, p. 407–426. 2014.

Wetherill, M. S., White, K. C., Rivera, C., & Seligman, H. K. Challenges and opportunities to increasing fruit and vegetable distribution through the US charitable feeding network: increasing food systems recovery of edible fresh produce to build healthy food access. *Journal of Hunger & Environmental Nutrition*, v.14, n.5, p. 593-612, 2018.

**Como Referenciar este Artigo, conforme ABNT:**

CABRAL, R. N; ASSUMPCÃO, N. H; LEAL, G. C. L; LIMA, R, H. P. Proposta de um Modelo Matemático para Distribuição Equitativa de Alimentos entre Entidades Beneficentes. **Rev. FSA**, Teresina, v.18, n. 02, art. 11, p. 198-220, fev. 2021.

<b>Contribuição dos Autores</b>	<b>R. N. Cabral</b>	<b>N. H. Assumpção</b>	<b>G. C. L. Leal</b>	<b>R, H. P. Lima</b>
1) concepção e planejamento.	X	X	X	X
2) análise e interpretação dos dados.	X	X		
3) elaboração do rascunho ou na revisão crítica do conteúdo.			X	X
4) participação na aprovação da versão final do manuscrito.	X	X	X	X